



Universidad Simón Bolívar
 Departamento de Matemáticas
 Puras y Aplicadas
 Septiembre–Diciembre 2011

Nombre: _____
 Carné: _____ Sección: _____

1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque C (1:30 PM)

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$	→	$u(x)$	$U(z)$	→	$u(x)$	$U(z)$
$u'_{\text{gen}}(x)$	$zU(z)$		$\delta(x)$	1		$H(x)e^{\alpha x} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$xu(x)$	$-U'(z)$	→	$\delta^{(k)}(x)$	z^k	→	$H(x) \text{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$		$H(x)$	$\frac{1}{z}$		$H(x) \text{cos}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$	→	$H(x) \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$	→	$H(x) \text{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$		$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$		$H(x) \text{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$						

1. (12 ptos.) Sea $f(x) = (\frac{L}{2} - x)1_{(0,L)}(x)$, donde L es una constante positiva. Calcule para cada $n \in \mathbb{Z}$ la integral $I_n = \int_0^L f(x)e^{-n\pi i x/L} dx$.

2. (11 ptos.) Consiga las constantes a, b y c tales que

$$(e^{-x}(\delta(2x))')' = a\delta(x) + b\delta(x)' + c\delta(x)''$$

3. (12 ptos.) Calcular la transformada de Laplace inversa de

$$F(z) = \left(\frac{z^3 - z^2 + z + 1}{z^3 - z^2} \right) e^z$$

4. (15 ptos.) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales, reduciendo a funciones causales

$$\begin{cases} y''' + 2y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 2 \end{cases}$$

¡Justifique todas sus respuestas!